Errata

Une grande partie des corrections sont dues à un lecteur assidu et méticuleux… Benoît Clenet. Qu'il soit remercié ici pour son remarquable travail…

La plupart des erreurs ne sont pas gènantes et mis à part quelques cas bien précis ne perturbent pas la compréhension du texte. Je souhaite néanmoins présenter mes excuses aux lecteurs qui ont été confrontés à ces maladresses.

Avant-propos

Page 8 : il manque la phrase de la dernière ligne "pensant au lecteur dont les connaissances étaient peut-être un peu insuffisantes au vu des".

Chapitre 1

Page 17 : lire "…à partir de la conquête de l'Egypte…".

Chapitre 2

Page 40 : Suite à une remarque de Paul Gourmelon il semblerait qu'ayant repris une erreur de D. Guedj l'interprétation du texte d'Archimède soit fausse : dans la phrase suivante le terme « *restants* » modifie le système à résoudre.

Observe, d'autre part, que le nombre des bigarrés restants est égal au sixième, augmenté du septième, du nombre des taureaux blancs et du nombre de tous les blonds.

Comme il y a déjà $(1/4+1/5)C$, soit 9/20 de pris il faut mettre $11/20C = (1/6 + 1/7)A + D$ comme 3ème équation… et reprendre tous les calculs ! Si un lecteur courageux veut le faire je le mettrai dans la prochaine édition et *les multitudes le glorifieront de sa victoire, car il sera arrivé à la perfection dans cette science*.

Page 46 : l'inégalité de la définition de la division euclidienne s'écrit plutôt : $0 \le r < b,\ r \le a$.

Page 47 : le dernier point a pour coordonnées (10, 7) au lieu de (11, 7).

Page 49 : dans le calcul il faut lire "25.3" au lieu de "25.2", "25.11" au lieu de "25.10" et "81388" au lieu de "81338".

Page 50 : le résultat du calcul de x^2 est immédiat : puisque

$$x^2 = (z-y)(z+y) \text{ et } z-y = m,\ z+y = n$$

alors $x^2 = mn$;

Page 51 : lire $3(k-7) = 5(k'-4)$, et plus loin le système d'équations s'écrit :

$$\begin{cases} k = k_0 + pm_2 \\ k' = k'_0 + pm_1 \end{cases}.$$

Page 55 : il faut lire "Les nombres pour lesquels <u>la réciproque</u> du petit théorème ne s'applique pas…", puis également :

$$(a+1)^p - (a+1) = (a^p - a) + mp .$$

Page 56 : l'équation exacte est $cx_0 = 1 + ny - ckn$, un peu plus loin l'algorithme d'Euclide est au §3 ;

Page 57 : lire "la série serait bornée, lorsque s tend vers 1, par <u>des</u> valeurs supérieures." ;

Page 62 : dans la note 4, il s'agit bien de "Lebesgue", cité dans l'énumération de ces grands mathématiciens français.

Page 66 : dernière équation : l'avant-dernier terme de la réduite est a_{n-1} .

Page 67 : le dénominateur du terme à droite de l'équation **(4)** est $q_{n+1}q_n$.

Chapitre 3

Page 75 : lire "Maintenant nous ne connaissons pas R,...".

Page 78 : il faut mettre 10 au dénominateur de a et de b au lieu de 2, et finalement on a la suite :

$$u_n = \left(\frac{5+\sqrt{5}}{10}\right)\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{5-\sqrt{5}}{10}\right)\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n .$$

Page 80 : il y a un signe − entre les deux premiers termes de l'équation **(1)** :

$$uP_n - vP_{n-1} + w = 0 \ ;$$

Page 83 : il manque une parenthèse en haut de la deuxième colonne :

$$f'(x) = mx^{m-1} .$$

Page 84 : dans la démonstration, due à Nicole Oresme, de la divergence de la série harmonique, l'inégalité générale n'est pas tout à fait exacte : on a en fait $a_{2^k} > 1 + \frac{1}{2}k$ (k est un exposant dans l'indice) ;

Page 90 : il faut lire "Nous écrivons nos $n+1$ égalités (de 0 à n),...".

Chapitre 4

Page 97 : lire "...le cercle de centre B, de rayon BA coupe (OA') en C..." ;

Page 99 : il faut faire le changement de variable

$$T = t - \frac{a_1}{3}$$

pour retrouver le coefficient négatif de t^2 dans **(1)**.

Page 101 : lire l'équation

$$\frac{NR}{QR} = \frac{QR}{SR}$$

(QR au premier dénominateur) ;

Page 103 : sur la figure 4-9, **L = 1,231185724** puis dans le texte, l'équation exacte est

$$1 = \frac{1}{\sqrt{4-L^2}} + \frac{1}{\sqrt{9-L^2}}$$

l'équation finale étant alors

$$X^4 - 22X^3 + 163X^2 - 454X + 385 = 0 \ ;$$

voici ce que donne Maple comme solutions

- en valeurs approchées de X :

$$1.515818286,\ 3.508741701,\ 8.487720006 + 0.5881136001\,I,\ 8.487720006 - 0.5881136001\,I$$

soit $L = \sqrt{X_1} \approx 1,2312$;

- et la première valeur exacte :

$$
\begin{aligned}
&\frac{11}{2}-\frac{\sqrt{3}\sqrt{\dfrac{37\,(43525+1200\sqrt{39})^{(1/3)}+(43525+1200\sqrt{39})^{(2/3)}+1225}{(43525+1200\sqrt{39})^{(1/3)}}}}{6}-\Bigg(\bigg(222\\
&\quad (43525+1200\sqrt{39})^{(1/3)}\\
&\quad \sqrt{\frac{37\,(43525+1200\sqrt{39})^{(1/3)}+(43525+1200\sqrt{39})^{(2/3)}+1225}{(43525+1200\sqrt{39})^{(1/3)}}}-3\\
&\quad \sqrt{\frac{37\,(43525+1200\sqrt{39})^{(1/3)}+(43525+1200\sqrt{39})^{(2/3)}+1225}{(43525+1200\sqrt{39})^{(1/3)}}}\\
&\quad (43525+1200\sqrt{39})^{(2/3)}\\
&\quad -3675\sqrt{\frac{37\,(43525+1200\sqrt{39})^{(1/3)}+(43525+1200\sqrt{39})^{(2/3)}+1225}{(43525+1200\sqrt{39})^{(1/3)}}}\\
&\quad +144\sqrt{3}\,(43525+1200\sqrt{39})^{(1/3)}\bigg)\bigg/\bigg((43525+1200\sqrt{39})^{(1/3)}\\
&\quad \sqrt{\frac{37\,(43525+1200\sqrt{39})^{(1/3)}+(43525+1200\sqrt{39})^{(2/3)}+1225}{(43525+1200\sqrt{39})^{(1/3)}}}\bigg)\Bigg)^{(1/2)}\Big/6
\end{aligned}
$$

Page 109 : le dernier terme de rang pair énuméré est x^{15} au lieu de x^5.

Chapitre 5

Page 133 : la bonne formule de l'intégrale pour le calcul de l'aire sous une arche est :

$$-\frac{1}{2}\int_0^{2\pi} r^2(\theta\sin\theta-2+2\cos\theta)d\theta=3\pi r^2$$

en utilisant la formule de l'aire sous une courbe paramétrée et l'équation paramétrique de l'arche.

Page 136 : il faut lire MP (au lieu de NP) au dénominateur de la dernière fraction de l'équation que "Pascal avait vu".

Page 137 : dernière ligne, il s'agit bien de la tangente à (C) en M_0 .

Page 148 : dans l'interpolation de Lagrange, la première fraction de la dernière formulation de $P(x)$ est

$$-\frac{39}{30}x^2 .$$

Page 154 : dans le dernier paragraphe, le point M a pour coordonnées (sin a, cos a) : cela dépend bien évidemment de l'orientation de la base choisie, mais c'est pour garder la cohérence avec la formule qui suit.

Page 155 : l'équation de la courbe est

$$v=-\sqrt{1-u^{\frac{2}{3}}}\left(\frac{1}{2}+u^{\frac{2}{3}}\right).$$

Chapitre 6

Page 163 : la formule exacte du calcul intégral est

$$\int_{(S)} ydm=\rho\left[\frac{2}{3}\left(R^2-y^2\right)^{\frac{3}{2}}\right]_0^R=-\frac{2}{3}\rho R^3$$

(pas de facteur 2, et signe moins).

Page 169 : les bornes de la dernière intégrale sont inversées : intégrale de 0 jusqu'à 1 de $(1-2t)dt$.

Page 174 : l'intensité du champ ***B*** est

$$B=\int_{\pi}^{0}-\frac{i}{r_0}\sin ada$$

(bornes de l'intégrale) ;

p 177 : quelques petites fautes de frappe ; bas de la page , lire

$$\varphi(t,r)=\frac{ka\lambda}{i}e^{2i\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right)};$$

haut de la deuxième colonne :

« particulièrement si $r=x$, on doit retrouver

$$\varphi(t,x)=ae^{2i\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)}$$

d'où $k=\frac{i}{\lambda}$ et enfin

$$\varphi(t,r)=\frac{ai}{\lambda r}e^{2i\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right)}.$$ »

Page 179 : les ordonnées des angles θ_x et θ_y sont $\overrightarrow{OM}$ au lieu de $\overrightarrow{OP}$.

Chapitre 7

Page 184 : l'indice inférieur dans la série de Riemann est $n=1$ car pour $n=0$, $\frac{x^n}{n^\alpha}$ n'est pas définie.

Page 185 : faute de frappe ; en bas de page il manque un $-$ dans la dernière ligne de la formule.

$$I_{2n}=\int_0^1\frac{y^{2n}}{\sqrt{1-y^2}}dy=\int_0^1\frac{(y^2-1)y^{2n-2}}{\sqrt{1-y^2}}+\frac{y^{2n-2}}{\sqrt{1-y^2}}dy=\int_0^1-y^{2n-2}\sqrt{1-y^2}dy+I_{2n-2}.$$

Qui se retrouve dans le haut de la page suivante :

$$I_{2n}=\frac{-1}{2n-1}I_{2n}+I_{2n-2},$$

mais le résultat est juste.

Page 189 : il faut lire à quatre reprises

$$\sqrt{(1+x)^2+y^2}$$

au lieu de

$$\sqrt{(-1-x)^2+y^2}$$

au dénominateur des fractions, mais cela ne change bien évidemment pas le résultat puisque les expressions sont équivalentes.

Page 210 : première phrase : "En l'occurrence $\underline{Q'}$ a pour coordonnées $(0, f(x_0))$ et $\underline{T'}$…" .

Page 211 : Lire « Dérivons cette relation par rapport à t : s reste constant, donc $P(s)$ également et $[P(s)]'=0$; » au lieu de $P'(s)=0$.

Par ailleurs il n'y a aucune raison que $P'(s) = (1 + k)P(s)$; il faut donc lire :

$P'(t+s)=P(s)P'(t)$, ce qui donne en faisant $t = 0$: $P'(s)=P'(0)P(s)$, la fonction P est solution de l'équation différentielle

$$y' = \alpha y, \text{ avec } \alpha = P'(0) \text{ et } y(0) = 1.$$

Page 212 : c'est $c(\sqrt{x})$ qui est égal à

$$\sqrt{\frac{1+c(x)}{2}}$$

et d'autre part $2H(u_n)=2t_{n+1}$.

Page 215 : petite erreur numérique : $\lambda_m T = 2876\,\mu m.K$, et il manque le terme C_1 en facteur de la dernière intégrale de la page.

Page 216 : d'une part

$$\int_{1/b}^{1/a} u^3 e^{ku}\,du = \left[\left(\frac{1}{k}u^3 - \frac{3}{k^2}u^2 + \frac{6}{k^3}u - \frac{6}{k^4}\right)e^{ku}\right]_{1/b}^{1/a},$$

puis quand b tend vers $+\infty$, la limite est égale à

$$-\frac{6}{k^4}.$$

Chapitre 8

Page 222 : « c'est par une belle nuit d'été de l'an 269 av. J-C que le jeune Aristarque a pu contempler l'éclipse de Lune.., » ; évidemment le jeune Aristarque ne pouvait admirer d'éclipse pendant la nuit…

Page 225 : le Soleil est bien à 149 millions de km de la Terre (et non 14) : ouf ! on a eu chaud … ☺ .

Page 229 : il faut lire : "$\underline{MF'}$ + MN = rayon du cercle principal donc constant.", puis plus loin : "On peut donc considérer que la parabole est le lieu <u>des centres</u> des cercles tangents à une droite et passant par un point F".

Page 230 : lire "… et la bissectrice intérieure de l'angle $F\hat{M}F'$." et "… de <u>diamètres</u> respectifs $2a$ et $2b$."

Page 231 : "$\underline{Mmm'M'}$, $\underline{M'm'm''M''}$, … sous le grand cercle." et plus loin "…, soit $\frac{\pi a^2}{2}$, celle sous l'ellipse vers l'aire de la demi-ellipse $\frac{e}{2}$."

Page 232 : dans la première moitié de la deuxième colonne, il faut reprendre les calculs et remplacer certains R par R^2, d'autres R par Y, des R^2 par R^4 et ajouter quelques $\frac{1}{k^2}$.

Page 234 : le système d'équations des coordonnées paramétriques d'un point M de la sphère est :

$$\begin{cases} x = x_O + r\cos\alpha\cos\beta \\ y = y_O + r\sin\alpha\cos\beta \\ z = z_O + r\sin\beta \end{cases}$$

(il y a eu inversion entre l'angle "vertical" et l'angle "horizontal" mais ça ne change rien).
Page 235 : la transformation en jeu est une inversion de pôle O et de rapport $\underline{2r^2}$ (et non $2r$).

Page 237 : une petite inversion : $\tan\alpha = \dfrac{V_h}{V_v}$.

Page 238 : dans le système d'équations, on a $y = R\cos\theta\sin\varphi$.

Page 246 : il faut plutôt en déduire que $m_k p_k = 2R\left(1-\dfrac{k}{n}\right)$ et plus loin, l'encadrement du volume cherché est $v_n \le V \le u_n$, le calcul du volume du cône est donc erroné mais le résultat final reste correct.

Page 247 : l'icosaèdre possède <u>12</u> sommets et <u>30</u> arêtes.

Page 255 : lire "…d'autre part sont situés sur la droite d'intersection de $\mathbf{\Pi}$ et $\underline{\mathbf{\Pi}''}$."

Page 257, lire "Revenons sur la figure <u>8-54</u>…" .

Page 258 : les rapports sont inversés :

$$(A,B,C,D) = \frac{AS.SC.\sin(ASC)}{AS.SD.\sin(ASD)} : \frac{BS.SC.\sin(BSC)}{BS.SD.\sin(BSD)} = \frac{\sin(ASC).\sin(BSD)}{\sin(ASD).\sin(BSC)} .$$

Page 261 : première ligne de la deuxième colonne : "… on en conclut que <u>M</u>' est l'image de m…"

Page 264 : S est bien l'image par H de G, mais c'est G' qui est l'image de S par H (et non l'inverse).

Page 265 : lire "… puis zA qui coupe <u>(E)</u> en M'…" et "… les droites (AB') et (BA') se coupent sur <u>Δ ou (xy)</u>."

Page 269 : il manque le facteur a à la fin de la première formule.

Page 271 : lire $V_2 = \dfrac{1-1,5}{0,20} = -2,5$.

Page 276 : il faut lire : "Si <u>$K(O) < 0$</u> on dira que O est un point hyperbolique…".

Chapitre 9

Pages 288 et 289 : quelques petites corrections concernant le circuit RLC : tout d'abord le discriminant de l'équation caractéristique est

$$\Delta = \frac{R^2C - 4L}{C} \;;$$

ensuite, le signe de Δ dépend de la grandeur de la résistance par rapport à la "résistance critique"

$$R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}} \;:$$

on a donc trois cas $R > R_c, R = R_c$ et $R < R_c$; enfin, les deux constantes du premier cas sont finalement

$$A = \frac{Q_0 r_2}{r_1 - r_2} \text{ et } B = \frac{Q_0 r_1}{r_2 - r_1} .$$

Page 291 : il manque un petit i dans la fonction complexe

$$f(t) = Ae^{i\varphi}e^{(\alpha+i\beta)t} .$$

Page 293 : lire "…et celle suivant la direction orthogonale à <u>OM est</u> …" .

Pages 296-297 : une erreur importante en milieu de colonne de droite : ce n'est pas $s = 0$ à $t = 0$ mais $s = s_0$ à $t = 0$, ce qui change tout par la suite. Le texte est donc le suivant :

« d'où avec $s = s_0$ à $t = 0$:

$$\int_{s_0}^{s} \frac{ds}{\sqrt{\sin(\frac{s+s_0}{2l})\sin(\frac{s_0-s}{2l})}} = 2\sqrt{gl}t$$

L'intégrale de gauche n'est pas une intégrale simple (intégrale elliptique), en fait elle ne se calcule pas vraiment et on utilise des tables (ou plutôt un logiciel) pour calculer ce genre de choses.

On peut néanmoins regarder ce qui se passe lorsque s_0 est petit (et s également) : dans le cas où x est petit, $\sin x$ est équivalent à x, on remplace donc : $\int_{s_0}^{s} \frac{ds}{\sqrt{\frac{s+s_0}{2l}.\frac{s_0-s}{2l}}} = 2\sqrt{gl}t$, soit $\int_{s_0}^{s} \frac{ds}{\sqrt{s_0^2-s^2}} = \sqrt{\frac{g}{l}}t$, on voit poindre un arcsinus : $\int_{s_0}^{s} \frac{ds}{s_0\sqrt{1-s^2/s_0^2}} = \sqrt{\frac{g}{l}}t$ ou encore : $\arcsin(\frac{s}{s_0}) - \arcsin(1) = \sqrt{\frac{g}{l}}t$, soit $\arcsin(\frac{s}{s_0}) = \sqrt{\frac{g}{l}}t + \frac{\pi}{2}$; on en déduit donc :

$$s = s_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}}t\right).$$

Page 298 : il manque un crochet à la fin de l'équation $y = \ldots$.

Page 311 : il faut poser $x = at$ (au lieu de $x = \alpha t$) afin de transformer le système d'équations différentielles.

Page 312 : les constantes sont inversées : $A = m, B = 0$.

Chapitre 10

Page 317 : lire dans la phrase "…en prenant pour centre l'origine du petit segment." ; de même, il manque une parenthèse dans la dernière formule de la deuxième colonne juste après $-y_{A'}$.

Page 329 : lire "Equations différentielles" dans la note de bas de page.

Pages 333-334 : Une grossière erreur de calcul m'a fait écrire

$$f(z) - z_1 = k(z - z_1)^2$$

au lieu de

$$f(z) - z_1 = k(z^2 - z_1^2) = k(z - z_1)(z + z_1) .$$

Tout le développement géométrique qui suit est faux et doit être oublié !

Voici les figures correctes ainsi que le texte de remplacement.

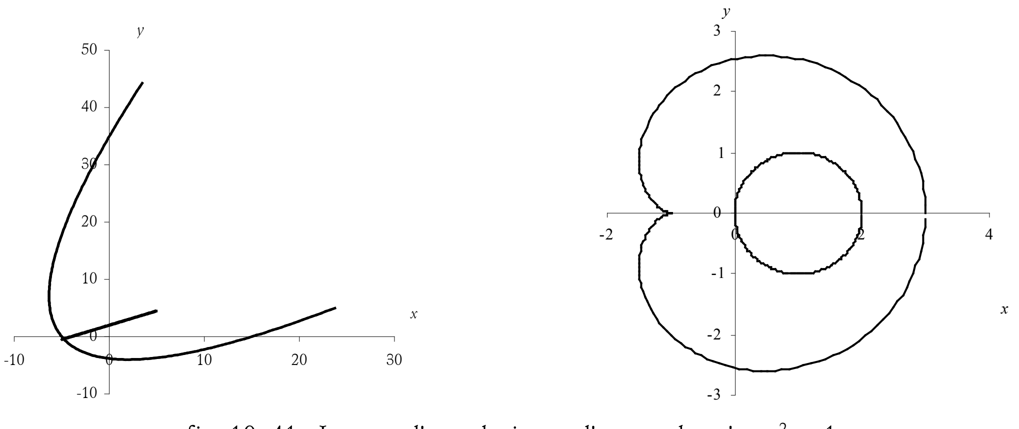


fig. 10–41 : Images d'une droite et d'un cercle : $z' = z^2 - 1$

Dans le premier cas on obtient des droites ou des paraboles, dans le deuxième des cycloïdes.
Cette fonction admet deux points fixes :

$$kz^2 + c = z \Leftrightarrow kz^2 - z + c = 0 \ \ (1)$$

d'où $\Delta = 1 - 4ck$ et

$$z_1 = \frac{1+\sqrt{1-4ck}}{2k}\,;\ z_2 = \frac{1-\sqrt{1-4ck}}{2k}\,.$$

Prenons z_1 : $kz_1^2 + c = z_1$, nous avons alors :

$$f(z) - z_1 = k(z^2 - z_1^2) = k(z - z_1)(z + z_1)\,,$$

de même pour z_2. Prenons k réel positif, on a alors

$$|f(z) - z_1| = |k||z - z_1||z + z_1|$$

et

$$\arg(f(z) - z_1) = \arg(z - z_1) + \arg(z + z_1)\,.$$

A partir de ces relations on peut essayer des constructions géométriques assez compliquées…

Page 317 : lire « en prenant pour centre l'origine du petit segment » et non le contraire (Merci à Louis Prot).

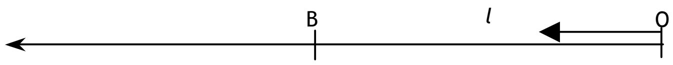
Chapitre 13

Page 410 : Le résultat

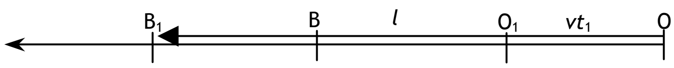
$$\begin{cases} ct_1 = l + vt_1 \\ ct_2 = l - vt_2 \end{cases}$$

est correct mais demande une explication supplémentaire : on se place sur une droite puisque le trajet est rectiligne sur (OB).

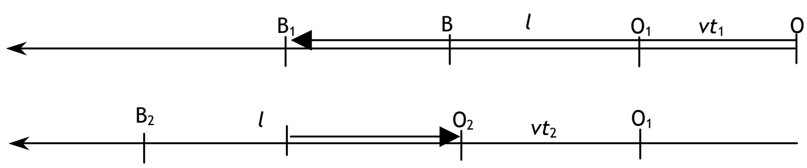
A $t = 0$, on a cette situation (la flèche épaisse indique le trajet de lumière) :



à $t = t_1$: le trajet aller est donc $l + vt_1$, parcouru par la lumière à la vitesse c, soit $ct_1 = l + vt_1$.



à $t = t_2$: le trajet retour est donc $l - vt_1$, parcouru par la lumière à la vitesse c, soit $ct_2 = l - vt_2$.



Page 412 : Une vérification trop rapide m'a fait écrire par erreur que le temps du deuxième parcours t_3 était plus long que le temps du premier parcours $t_1 + t_2$; c'est le contraire comme on le voit ici :

$$0 \le v \le c \Rightarrow v^2 \le c^2 \Rightarrow 0 \le \frac{v^2}{c^2} \le 1 \Rightarrow 0 \le 1-\frac{v^2}{c^2} \le 1 \Rightarrow 0 \le 1-\frac{v^2}{c^2} \le \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \le 1,$$

soit

$$\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \le \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \ge 1$$

et finalement

$$\frac{2l}{c}\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \le \frac{2l}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \ge \frac{2l}{c} \Leftrightarrow t_1+t_2 \ge 2t_3 .$$

(Merci à Yann Cogan et Louis Prot).